CORRECTION DE L'EXERCICE N°2 : CHUTE D'UNE BALLE DANS L'AIR

$1^{ère}$ PARTIE : Etude expérimentale.

1-1. 1-1-1. On utilise la relation : $\mathbf{v_z(t_i) = (z)_{ti+1} - (z)_{ti-1} / t_{i+1} - t_{i-1}}$

1-1-2. A la date t = 0,080s : v = 0,049-0,018 / 0,040 = **0,775 m.s^{-1}**

A la date t = 0,140s : v = 0,123-0,070 /0 ,040 = **1,325 m.s^{-1}**

Les écarts sont inférieurs à 1% par rapport aux valeurs figurant dans le tableau.

1-1-3. A la date t = 0,120s, l'accélération vaut :

a = 1,336-0,966 / 0,040 = **9,250 m.s^{-2}**

1-2. L'accélération diminue pour tendre vers zéro à la fin de l'enregistrement. La vitesse de chute verticale est, elle, une fonction croissante du temps qui tend asymptotiquement vers une valeur limite. Comme : $a_z = dv_z/dt$, on vérifie que a_z est toujours positive ou nulle à la limite.

1-3. La vitesse limite est atteinte en fin d'enregistrement. En effet, v_z tend vers la valeur limite $\mathbf{v_l = 5{,}0\ m.s^{-1}}$ et l'accélération tend vers la valeur $a_l = 0\ m.s^{-2}$.

$2^{ème}$ PARTIE : Etude théorique du mouvement.

2-1. 2-1-1. Calculons le rapport : $\mathbf{\Pi / P} = \rho_{air}.V_o.g / \rho_{Balle}.V_o.g = \mathbf{\rho_{air} / \rho_{Balle}}$.

Application numérique : $\mathbf{\Pi / P} = \rho_{air}.4/3\pi.r_o^3 / m$ (car : $\rho_{Balle} = m / V_o$)

$= 1{,}33x1{,}3x3{,}14x(1{,}9)^3x10^{-6}/2{,}7x10^{-3}$

$= \mathbf{0{,}014}$

2-1-2. Ce rapport est supérieur à 1% ; par conséquent il n'est pas négligeable devant 1.

2-2. Appliquons la deuxième loi de NEWTON à la balle dans un référentiel terrestre galiléen : $\vec{P} + \vec{\Pi} + \vec{f} = m.\vec{a_G}$

Projetons cette relation dans le repère d'espace (O, $\vec{k}$) :

$$m.g - \rho_{air}.V_o.g - \lambda.v_z^2 = m.a_z = m.dv_z/dt$$

$$dv_z/dt = g - \rho_{air}.V_o.g / m - \lambda / m .v_z^2$$

$$dv_z / dt = g - \rho_{air}/ \rho_{Balle}.\ g - \lambda/m.v_z^2$$

$$\mathbf{dv_z / dt = g (1 - \rho_{air} / \rho_{Balle}) - \lambda / m.\ v_z^2}$$

2-3. Cette équation différentielle **n'est pas du premier ordre**. La solution n'est pas une exponentielle. Graphiquement, la valeur que l'on attribuerait à la constante de temps τ (méthode de la tangente à l'origine des dates, méthode des 63% de la valeur limite,...) n'est pas compatible avec le tracé de la courbe $v_z = f(t)$. De plus, le régime permanent est atteint au bout d'une durée Δt nettement inférieure à 5τ. Enfin, l'accélération (document 2) ne varie pas suivant l'expression : $a_z = dv_z/dt = v_l/\tau .e^{-t/\tau}$ correspondant à une exponentielle.

2-4 Quand la vitesse limite v_l est atteinte l'accélération a_z s'annule. D'où :

$dv_z / dt = 0$; $\lambda /m .\ v_l^2 = g.\ (1 - \rho_{air} / \rho_{Balle})$

$$\mathbf{v_l = (m.g / \lambda .(1 - \rho_{air} / \rho_{Balle}))^{1/2}}$$

Application numérique : $v_l = (2{,}7x10^{-3}x9{,}81 / 1{,}04x10^{-3} (1 - 0.014))^{1/2}$

$\mathbf{v_l = 5{,}0\ m.s^{-1}}$ Cette valeur est identique à la valeur expé-rimentale (document 1).

$3^{ème}$ PARTIE : Chute libre avec vitesse initiale nulle.

3-1. Appliquons la deuxième loi de NEWTON à la balle dans un référentiel terrestre galiléen : $\vec{P} = m.\vec{a_G} = m.\vec{g}$; d'où : $a_z = g$

D'après les conditions initiales du mouvement ($v_o = 0\ m.s^{-1}$) :

$v_z = g.t$ La vitesse varie donc linéairement avec la durée de chute t.

Après 1,0s de chute : $\mathbf{v_z} = 9{,}81x1{,}0 = \mathbf{9{,}81 m.s^{-1}}$

3-2. Lors de la chute libre, il n'y a **pas de vitesse limite atteinte** par la balle. La vitesse s'accroit linéairement jusqu'à ce que la balle heurte le sol.