Bac blanc avril 2006 exercice 2

Une equation au service des sciences physiques

partie A : Dans le domaine des systemes électriques

1.1 sur le graphique on trouve que le regime transitoire à une durée $\Delta t \simeq 0{,}25$ s

1.2.1 cours : $\tau = \dfrac{L}{R+r}$ (ne pas oublier R ou r)

1.2.2. $L = \tau\,(R+r)$. sur le graphique on trouve $\tau \simeq 45$ ms (tangente a la courbe à $t=0$ ou 63 % de variation).

Donc $L = 45 \times 10^{-3} \times (12 + 11{,}8) = 1{,}1$ H

2.1. $E = u_{AB} + u_{BC} = r.i + L\dfrac{di}{dt} + R.i = (R+r)\,i + L.\dfrac{di}{dt}$

2.2. L'eq. ci-dessus s'ecrit aussi $\dfrac{di}{dt} + \dfrac{R+r}{L}.i = \dfrac{E}{L}$

en identifiant avec l'equation 1 il vient : $\alpha = \dfrac{R+r}{L}$ et $\beta = \dfrac{E}{L}$

2.3 Comme $\beta \neq 0$ on a (equation 2) : $i(t) = \dfrac{E/L}{R+r/L}\left(1 - e^{-\frac{R+r}{L}.t}\right) = \dfrac{E}{R+r}\left(1 - e^{-\frac{R+r}{L}t}\right)$

alors $\dfrac{di}{dt} = \dfrac{E}{R+r} \cdot \dfrac{R+r}{L} \cdot e^{-\frac{R+r}{L}t} = \dfrac{E}{L}.e^{-\frac{R+r}{L}.t}$

on calcule alors : $\dfrac{di}{dt} + \dfrac{R+r}{L}i = \dfrac{E}{L}e^{-\frac{R+r}{L}.t} + \dfrac{R+r}{L}.\dfrac{E}{R+r}\left(1 - e^{-\frac{R+r}{L}t}\right) = \dfrac{E}{L}$

cela vérifie l'equation differentielle de la question 2.1 (réecrite au 2.2)

3.1 comme $\lim\limits_{x \to -\infty} e^{x} = 0$ alors $I = \dfrac{E}{R+r} = \dfrac{6{,}1}{12 + 11{,}8} = 0{,}26$ A

cela est en accord avec l'experience

3.2 $i(\tau) = I\,e^{-1} = 0{,}63.I = 0{,}63 \times 0{,}26 = 0{,}16.$ A

cela est en accord avec l'experience.

---

partie B : Dans le domaine des systemes mécaniques

1.1 par identification avec l'equation (1) : $\alpha = \dfrac{1}{0{,}132} = 7{,}58$ (en s^{-1})

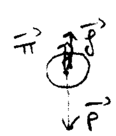
et $\dfrac{\beta}{\alpha} = 1{,}14\ m.s^{-1}$ ($\dfrac{\beta}{\alpha}$ est une vitesse)

1.2 $\beta = 1{,}14 \times \alpha = 1{,}14 \times 7{,}58 = 8{,}64\ ms^{-2}$ l'eq. (1) s'ecrit $\dfrac{dv}{dt} + 7{,}58\,v = 8{,}64$ (en ms^{-2})

2.1. 3 forces : $\vec{P} = m\vec{g}$

$\vec{\Pi} = -\rho_{fluide} \times V \times \vec{g}$

$\vec{f}$: sens opposé à celui de $\vec{v}$



mouvement vers le bas

2.2. $\Sigma \vec{f}_{ext} = \vec{P} + \vec{\Pi} + \vec{f} = m\,\vec{a}_G$

3.1 projection sur un axe vertical orienté vers le bas : $mg - \rho_{fluide} \times V.g - kv = m.\dfrac{dv}{dt}$

donc $\dfrac{dv}{dt} + \dfrac{k}{m}v = \left(1 - \dfrac{\rho_{fluide}.V}{m}\right).g$

3.2. par identification : $\alpha = \frac{k}{m}$ et $\beta = \left(1 - \frac{\rho_{fluide} \times V}{m}\right) g$

3.3. si la poussée d'Archimède était nulle : $\rho_{fluide} \times V = 0 \Rightarrow \beta = g = 9{,}81 m s^{-2}$

Ici : $\beta < g$ donc $\rho_{fluide} \times V > 0$: la poussée d'Archimède n'est pas nulle.

Partie C : Dans le domaine de la radioactivité

1.1. le terme $\lambda . t$ n'a pas d'unité (exponentielle) donc λ est l'inverse d'un temps

1.2. $\lambda = \frac{1}{\tau}$ alors $A(t) = A_0 . e^{-\frac{t}{\tau}}$

1.3. Avec le graphique on trouve (avec la tangente à la courbe à la date $t = 0$ ou avec les 63 % de variation) : $\tau \simeq 29$ min $\Rightarrow \lambda = 3{,}4 \times 10^{-2} min^{-1}$

1.4. $t_{1/2}$ est la durée au bout de laquelle une activité est divisée par 2.

graphiquement on a $t_{1/2} \simeq 20$ min.

Remarque on a bien la relation du cours : $t_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda}$

2 $A(t + \Delta t) = A(t) + \frac{dA(t)}{dt} . \Delta t$ et $\frac{dA(t)}{dt} = -\lambda A(t)$ donc

$A(t + \Delta t) = A(t) - \lambda A(t) . \Delta t = A(t) . (1 - \lambda . \Delta t)$

3.1 pour que la méthode donne des résultats acceptables il faut ici avoir $\Delta t \ll \tau$. On a $\tau \simeq 29$ min, 15 min est une durée trop grande.

3.2. $A_{euler}(5 min) = A_0 . (1 - \lambda \times 5) = 3{,}00 \times 10^8 \times (1 - 3{,}40 \times 10^{-2} \times 5) = 2{,}49 . 10^8$ Bq

$A_{th}(10 min) = A_0 . e^{-\lambda . 10} = 3{,}00 \times 10^8 \times e^{-3{,}40 . 10^{-2} \times 10} = 2{,}14 \times 10^8$ Bq

3.3. il faut calculer les écarts relatifs : $\left|\frac{A_{euler} - A_{théorique}}{A_{théorique}}\right| \times 100$

date	écart
5 min	1,6 %
10 min	3,3 %
15 min	4,4 %

pour la durée de 15 min, l'écart et toujours inférieur à 5 %. La valeur $\Delta t = 5$ min semble adaptée.