

**Exercice I. Comme un poisson dans l'eau (8 points)**
**1. Étude d'une solution commerciale destinée à diminuer le pH de l'aquarium (4 points)**

**1.2.1.** A l'équivalence les réactifs ont totalement disparu

Ou Il y a équivalence lorsqu'il y a changement de réactif limitant

 Ou à l'équivalence les réactifs **ont été introduits** dans les proportions stœchiométriques.

**1.2.2** À l'équivalence :  $n_{\text{H}_3\text{O}^+ \text{ initiale}} - x_{\text{max}} = 0 = n_{\text{HO}^- \text{ versée}} - x_{\text{max}}$ 

$$\Rightarrow n_{\text{H}_3\text{O}^+ \text{ initiale}} = n_{\text{HO}^- \text{ versée}}$$

$$\Rightarrow [\text{H}_3\text{O}^+]_{\text{SA}} \cdot V_A = c_B \cdot V_{\text{BE}}$$

$$\Rightarrow [\text{H}_3\text{O}^+]_{\text{SA}} = \frac{c_B \cdot V_{\text{BE}}}{V_A}$$

 $V_{\text{BE}}$  est l'abscisse du maximum de la courbe dérivée soit d'après la figure 1,  $V_{\text{BE}} = 25,5 \text{ mL}$ .

$$[\text{H}_3\text{O}^+]_{\text{SA}} = \frac{4,0 \times 10^{-2} \times 25,5}{20,0} = \frac{10^{-2} \times 25,5}{5,0} = 5,1 \times 10^{-2} \text{ mol.L}^{-1}$$

**1.2.3.** La solution commerciale a été diluée 50 fois, elle est donc 50 fois plus concentrée que la solution  $S_A$ .

$$c_0 = [\text{H}_3\text{O}^+] = 50 \cdot [\text{H}_3\text{O}^+]_{\text{SA}} = 50 \times 5,1 \times 10^{-2} \approx 2,5 \text{ mol.L}^{-1}.$$

**1.3.**  $\text{pH}_{\text{final}} = -\log [\text{H}_3\text{O}^+]_{\text{final}}$ 

$$\text{avec } [\text{H}_3\text{O}^+]_{\text{final}} = \frac{n_{\text{H}_3\text{O}^+ \text{ introduit}}}{V_{\text{final}}} = \frac{[\text{H}_3\text{O}^+] \times V_{\text{commercial}}}{V_{\text{final}}} = \frac{2,5 \times 0,040}{100} = 10 \cdot 10^{-4} = 1,0 \cdot 10^{-3} \text{ mol.L}^{-1}$$

$$\text{pH}_{\text{final}} = -\log (1,0 \cdot 10^{-3}) = 3,0$$

**1.4.1.** La constante d'équilibre associée à l'équation de la **réaction 1** s'écrit :  $K_1 = \frac{[\text{CO}_2(\text{aq})]_{\text{éq}}}{[\text{HCO}_3^-(\text{aq})]_{\text{éq}} \cdot [\text{H}_3\text{O}^+]_{\text{éq}}}$ 
**1.4.2.** La constante d'acidité du couple  $\text{CO}_{2(\text{aq})}, \text{H}_2\text{O}/\text{HCO}_3^-(\text{aq})$  est :  $K_A = \frac{[\text{HCO}_3^-(\text{aq})]_{\text{éq}} \cdot [\text{H}_3\text{O}^+]_{\text{éq}}}{[\text{CO}_2(\text{aq})]_{\text{éq}}} \Rightarrow K_1 = \frac{1}{K_A}$ .

**1.4.3.**  $K_1 = \frac{1}{10^{-6,4}} = 10^{6,4} = 2,5 \times 10^6$

**1.5.1.**  $Q_{r,i} < K_1$  donc, d'après le critère d'évolution spontanée, **le système chimique évolue dans le sens direct de l'équation de la réaction 1**. Il y a donc consommation des ions  $\text{H}_3\text{O}^+$  si l'eau est très calcaire.

**1.5.2.** Il y a consommation d'ions oxonium donc la concentration en ions oxonium est plus faible que celle calculée en 1.3, on en déduit que le **pH est supérieur** à celui calculé.

**1.5.3.** Si l'eau n'est pas suffisamment calcaire, elle contient peu d'ions hydrogénocarbonate. Alors une trop faible partie des ions  $\text{H}_3\text{O}^+$  apportés par la solution commerciale serait consommée. Le pH serait alors proche de celui calculé en 1.3., donc trop acide.

**2. Étude de la formation des ions ammonium. (4points)**
**2.1.** D'après les coefficients stœchiométriques de l'équation de la réaction 2, on a  $[\text{NH}_4^+] = [\text{OCN}^-]$ 

 La relation donnée :  $\sigma = \lambda_{\text{NH}_4^+} [\text{NH}_4^+] + \lambda_{\text{OCN}^-} [\text{OCN}^-]$  devient  $\sigma = \lambda_{\text{NH}_4^+} [\text{NH}_4^+] + \lambda_{\text{OCN}^-} [\text{NH}_4^+]$ 

$$\sigma = (\lambda_{\text{NH}_4^+} + \lambda_{\text{OCN}^-}) \cdot [\text{NH}_4^+] \Rightarrow [\text{NH}_4^+] = \frac{\sigma}{(\lambda_{\text{NH}_4^+} + \lambda_{\text{OCN}^-})}$$

**2.2.1** tableau descriptif, voir ci-contre

**2.2.2.** D'après le tableau, à chaque instant,

État	Avancement (mol)	$(\text{NH}_2)_2\text{CO}_{(\text{aq})} = \text{NH}_4^+_{(\text{aq})} + \text{OCN}^-_{(\text{aq})}$		
		Quantités de matière (mol)		
		$(\text{NH}_2)_2\text{CO}_{(\text{aq})}$	$\text{NH}_4^+_{(\text{aq})}$	$\text{OCN}^-_{(\text{aq})}$
État initial	$x = 0$	<b>cV</b>	<b>0</b>	<b>0</b>
État en cours d'évolution	$x$	<b>cV-x</b>	<b>x</b>	<b>x</b>
État final en supposant la transformation totale	$x_{\text{max}}$	<b>cV-x<sub>max</sub></b>	<b>x<sub>max</sub></b>	<b>x<sub>max</sub></b>

$$n(\text{NH}_4^+) = x \Rightarrow [\text{NH}_4^+] = \frac{n(\text{NH}_4^+)}{V} = \frac{x}{V}$$

**2.2.3.**  $(\text{NH}_2)_2\text{CO}_{(aq)}$  est le réactif limitant, si la transformation est totale on peut écrire :  $c \cdot V - x_{\text{max}} = 0$   
 $\Rightarrow x_{\text{max}} = c \cdot V = 0,020 \times 0,100 \Rightarrow x_{\text{max}} = 2,0 \times 10^{-3} \text{ mol}$

**2.3.** A l'instant de date  **$t = 110 \text{ min}$** , le taux d'avancement de la réaction est donné par  $\tau_{110} = \frac{x_{110}}{x_{\text{max}}}$ .

Sur la figure 2, on lit  **$x_{110} = 0,0013 = 1,3 \times 10^{-3} \text{ mol}$**

précédemment on a calculé  $x_{\text{max}} = 2,0 \times 10^{-3} \text{ mol} \Rightarrow \tau_{110} = \frac{1,3 \times 10^{-3}}{2,0 \times 10^{-3}} = 0,65$

**2.4.** La vitesse volumique de réaction est donnée par la relation :  $v(t) = \frac{1}{V} \left( \frac{dx}{dt} \right)$

$\Rightarrow V$  étant une constante positive,  $v(t)$  évolue comme la dérivée  $\left( \frac{dx}{dt} \right)$  de la fonction  $x = f(t)$  à la date  $t$ .

Ce terme correspond au coefficient directeur de la **tangente** à la courbe  $x = f(t)$  à la date  $t$ , lequel diminue au cours du temps. (voir graphique) On en déduit donc que **la vitesse volumique de réaction  $v(t)$  diminue au cours du temps**.

**2.5.** Le taux d'avancement final est donné par la relation  $\tau = \frac{x_f}{x_{\text{max}}} = \frac{[\text{NH}_4^+]_f \cdot V}{c \cdot V} = \frac{[\text{NH}_4^+]_f}{c} = \frac{2,0 \times 10^{-2}}{0,020} = 1,0$  La

**transformation étudiée est totale.**

**2.6.** Le temps de demi-réaction  $t_{1/2}$  est la durée nécessaire pour que l'avancement atteigne la moitié de sa valeur finale.

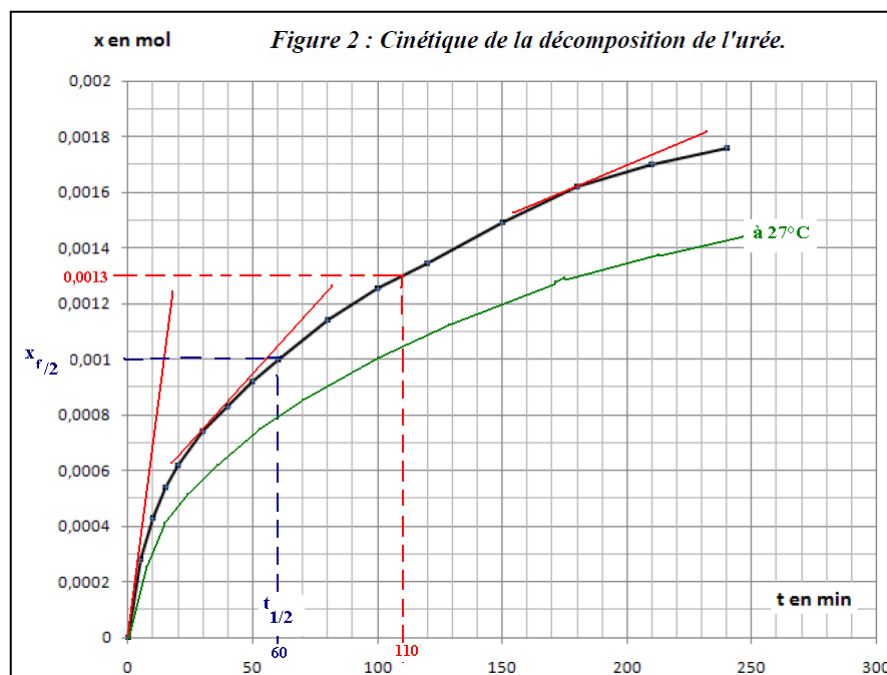
Pour  $t = t_{1/2}$ ,  $x_{t_{1/2}} = \frac{x_f}{2} = \frac{2,0 \times 10^{-3}}{2} = 1,0 \times 10^{-3} \text{ mol}$

Sur la figure 2, on lit  **$t_{1/2} = 60 \text{ min}$**

**2.7.** La température est un facteur cinétique dont la diminution conduit, en général, à la diminution de la vitesse de réaction donc à l'augmentation du temps de demi-réaction.

Ainsi, si la température de l'aquarium n'est que de  $27^\circ\text{C}$ , **la valeur du temps de demi-réaction sera plus grande que 60 min** d'où l'allure de la courbe proposée (voir construction graphique sur la figure 2). L'avancement final sera atteint plus lentement.

**2.8.** L'aquarium doit être « bien planté » de sorte que **les plantes vertes consomment les ions nitrate pour qu'ils ne s'accumulent pas dans l'aquarium** ce qui risquerait de compromettre la vie des poissons.

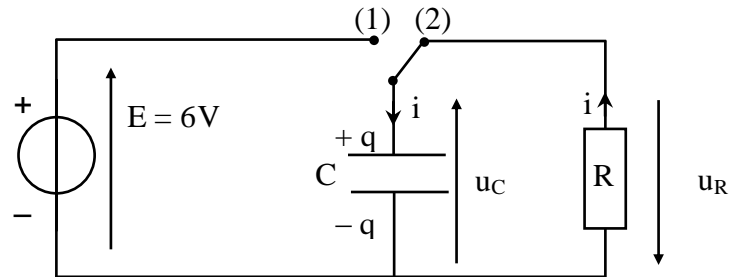


## EXERCICE II : Bobine, condensateur et ondes sonores (7 points)

### 1. Détermination de la capacité du condensateur.

1.1. En convention récepteur, le sens des flèches tensions est opposé au sens du courant.

Lorsque l'interrupteur était en position 1, le générateur a arraché des électrons sur l'armature reliée à sa borne positive, il est apparu une charge  $+q$  sur cette armature. Le générateur a apporté autant d'électrons sur l'autre armature où il est apparu une charge  $-q$ .



1.2. Loi d'additivité des tensions:  $u_C(t) + u_R(t) = 0$

Or d'après la loi d'Ohm:  $u_R(t) = R.i(t)$  Donc  $u_C(t) + R.i(t) = 0$  (1)

Compte tenu du sens du courant:  $i(t) = \frac{dq}{dt}$  et  $q(t) = C.u_C(t)$

Donc:  $i(t) = \frac{d(C.u_C)}{dt} = C. \frac{du_C}{dt}$  car C est une constante

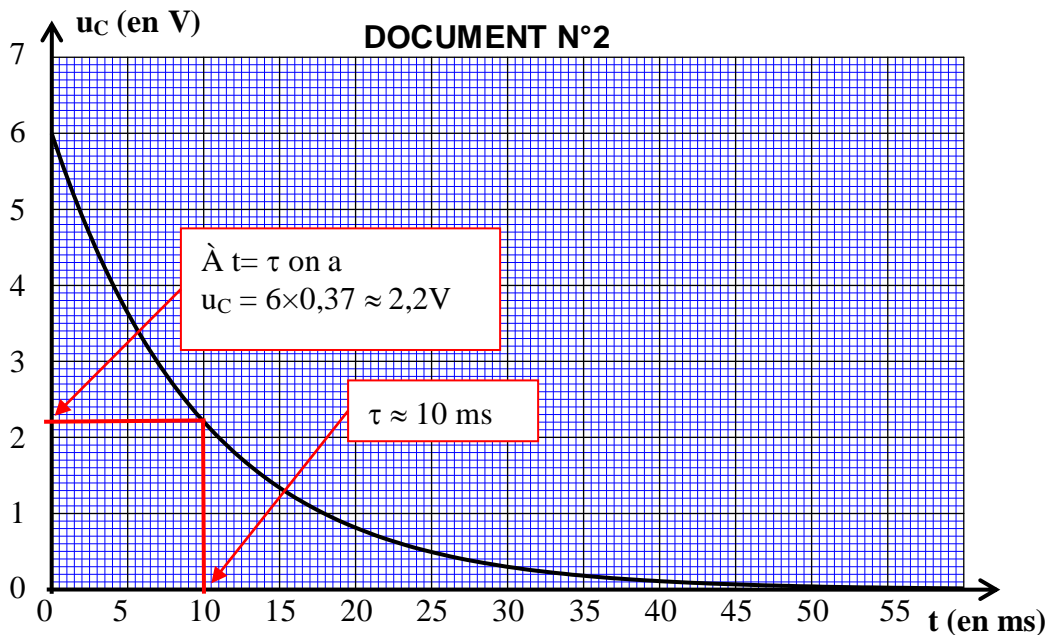
En reportant l'expression de  $i(t)$  dans (1) il vient :

$$u_C + R.C. \frac{du_C}{dt} = 0 \text{ qui est bien l'équation différentielle demandée.}$$

1.3. Pour  $t = \tau$ ,  $u_C(t = \tau) = E. e^{-\frac{\tau}{\tau}}$  donc  $u_C(\tau) = E. e^{-1} = 0,37 E = \frac{37}{100} E$

Donc la tension aux bornes du condensateur est égale à 37 % de sa valeur initiale.

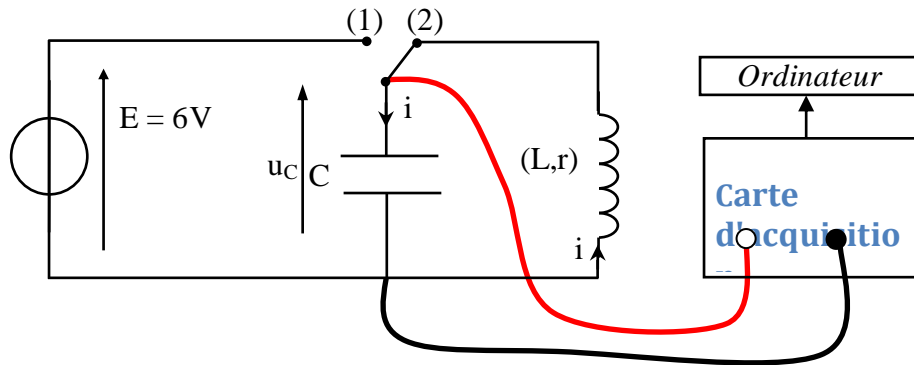
1.4. Détermination la valeur de la constante de temps  $\tau$  :



1.5. Comme  $\tau = R.C$  on a :  $C = \frac{\tau}{R} = \frac{10 \times 10^{-3}}{5,0 \times 10^3} = 2,0 \times 10^{-6} \text{ F} = 2,0 \mu\text{F}$ .

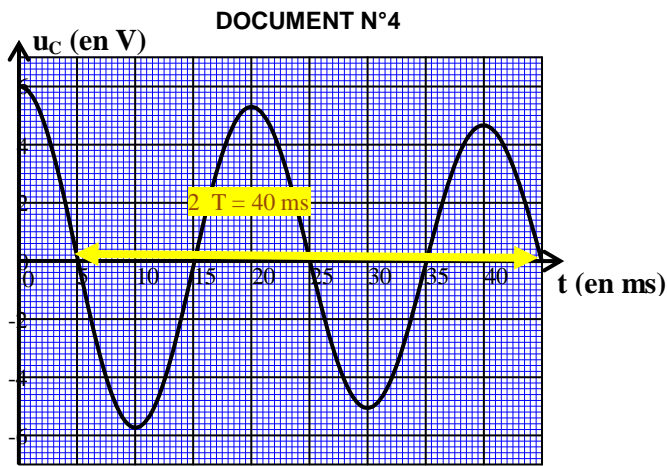
## 2. Détermination de l'inductance de la bobine.

2.1. Connexions de la voie 1 et de la masse de la carte d'acquisition pour visualiser  $u_C(t)$ :



2.2. Le régime de la tension  $u_C$  est **pseudo-périodique** car on observe une tension sinusoïdale dont l'amplitude diminue au cours du temps (les oscillations sont amorties).

2.3.



Graphiquement on lit la valeur de la pseudo-période :  $T = 20 \text{ ms}$

On considère que la pseudo-période  $T$  est égale à la période propre donnée par la relation :  $T_0 = 2\pi \cdot \sqrt{LC}$

donc  $T_0^2 = 4 \cdot \pi^2 \cdot LC$  soit  $L = \frac{T_0^2}{4\pi^2 \cdot C}$

$$L = \frac{(20 \times 10^{-3})^2}{4\pi^2 \times 20 \times 10^{-6}} = 0,50 \text{ H}$$

## 3. Détermination de la résistance de la bobine

3.1. D'après la loi d'additivité des tensions :  $E = u_R + u_{L,r}$   $E = R \cdot i(t) + L \cdot \frac{di}{dt} + r \cdot i(t)$  (1)

Lors du régime permanent  $i(t) = I_P = \text{Cte}$  donc  $\frac{di}{dt} = 0$ , ainsi  $E = R \cdot I_P + r \cdot I_P$  soit  $I_P = \frac{E}{R+r}$  (2)

3.2. D'après la loi d'ohm, la tension aux bornes du conducteur ohmique est donné par la relation  $u_R = R \cdot i(t)$  en régime permanent  $u_{R\text{max}} = R \cdot I_P$  donc  $I_P = \frac{u_{R\text{max}}}{R}$

La valeur de  $u_{R\text{max}} = 5,0 \text{ V}$  est lue sur le graphe du document N°6 soit  $I_P = \frac{5,0}{100} = 5,0 \times 10^{-2} \text{ A}$

Détermination de  $r$  : d'après la relation (2)  $E - R \cdot I_P = r \cdot I_P$  soit  $r = \frac{E}{I_P} - R$

$$r = \frac{6}{5,0 \times 10^{-2}} - 100 = 20 \Omega.$$

3.3. A partir de la relation (1) établie à la question 3.1. :  $E = R \cdot i(t) + L \cdot \frac{di}{dt} + r \cdot i(t)$

soit :  $E = L \cdot \frac{di}{dt} + (r+R) \cdot i.$

**3.4.** Vérifions que  $i = A(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$  est solution de l'équation différentielle précédente:

D'abord, lorsque  $t$  tend vers une valeur infinie, l'exponentielle  $e^{-\frac{t}{\tau}}$  tend vers zéro et  $i = A = I_P$  déjà calculé au 3.1 :  $A = I_P = \frac{E}{R+r}$

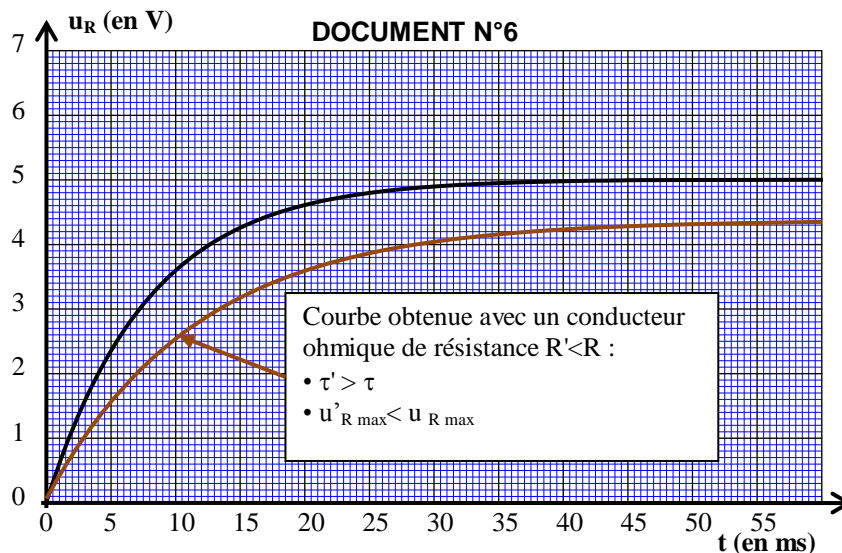
On calcule la dérivée et on reporte dans la relation (1) :

$$\frac{di}{dt} = \frac{A}{\tau} e^{-\frac{t}{\tau}} \quad \text{soit} \quad E = \frac{LA}{\tau} e^{-\frac{t}{\tau}} + (r+R)A(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}) \quad \text{puis en remplaçant } A \text{ et en regroupant}$$

$$E = E + \frac{E}{R+r} \left( \frac{L}{\tau} - (r+R) \right) e^{-\frac{t}{\tau}} \quad \text{cette relation est vérifiée pour toute valeur de } t \text{ lorsque}$$

$$\frac{L}{\tau} - (r+R) = 0 \quad \text{soit} \quad \tau = \frac{L}{r+R} \quad \text{donc} \quad i = \frac{E}{r+R} \left( 1 - e^{-\frac{(r+R)t}{L}} \right)$$

**3.5.**



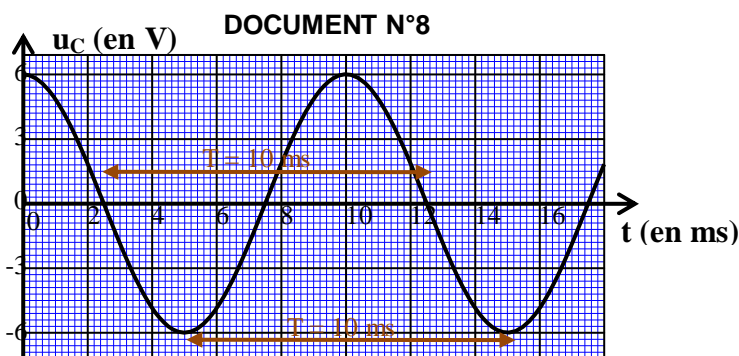
Dans le cas où on utilise un conducteur ohmique de résistance  $R' < R$  avec la même bobine d'inductance  $L$  et de résistance  $r$  :

$$\tau' = \frac{L}{r+R'} > \tau = \frac{L}{r+R} \quad \text{et} \quad u'_{R \max} < u_{R \max} \quad \text{car} \quad u_{R \max} = R I_P = R \frac{E}{R+r} \quad \text{diminue quand } R \text{ diminue.}$$

#### 4. De l'électricité aux ondes

**4.1.** Le dipôle  $D$  apporte au circuit de l'énergie, il compense ainsi les pertes d'énergie dans la résistance  $r$  dues à l'effet Joule afin que l'énergie totale  $E$  reste constante au cours du temps. On a alors des oscillations sinusoïdales non amorties.

**4.2.** On détermine la période à partir de la courbe  $u_c = f(t)$  :  $T = 10 \text{ ms}$



**4.3.** Le haut parleur produit un son de même fréquence que la tension  $u_c$

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{10 \times 10^{-3}} = 1,0 \times 10^2 \text{ Hz}$$

**4.4.** La longueur d'onde  $\lambda$  est la distance parcourue par l'onde pendant une durée égale à la période  $T$ . Elle s'exprime en mètres.

$$\lambda = v T = 342 \times 10 \times 10^{-3} = 3,4 \text{ m}$$

**4.5.** L'onde sonore est longitudinale car la direction de la perturbation est la même que la direction de propagation de l'onde.

## Exercice III- Lunette astronomique d'amateur (5 pts)

### 1. Vérification des distances focales

1.1. Soit A le centre du Soleil qui se trouve sur l'axe optique de la lentille objectif  $L_1$ .

D'après la relation de conjugaison des lentilles minces :  $\frac{1}{O_1A'} - \frac{1}{O_1A} = \frac{1}{f_1}$

A peut être considéré comme étant situé à l'infini,  $\overline{O_1A} \rightarrow -\infty$  et donc  $\frac{1}{O_1A} \rightarrow 0$

Par conséquent  $\frac{1}{O_1A'} \approx \frac{1}{f_1}$  d'où  $\overline{O_1A'} = f_1' = 1,0 \text{ m}$

L'image se formera donc dans le plan focal image de la lentille  $L_1$ , soit à une distance de 1,0 m de la lentille  $L_1$ .

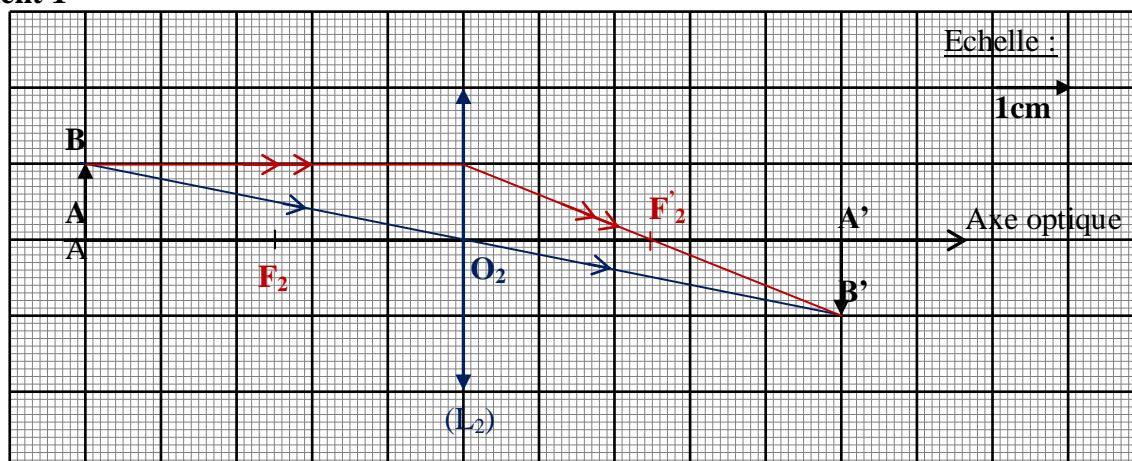
#### 1.2.1.

a- On trace l'axe optique, on schématise l'objet  $AB$  en plaçant  $A$  sur l'axe optique. Puis on schématise l'image  $A'B'$  en plaçant  $A'$  sur l'axe optique tel que  $AA' = 10,0 \text{ cm}$ .

b- On trace un rayon issu de  $B$  et passant par  $B'$ . Ce rayon, qui n'est pas dévié, coupe l'axe optique au centre  $O_2$  de la lentille  $L_2$ . On peut alors placer l'oculaire  $L_2$ .

c- On trace un second rayon incident issu de  $B$  et parallèle à l'axe optique : il émerge de l'oculaire en passant par  $B'$  et coupe l'axe optique en  $F_2'$ . On peut alors placer  $F_2'$  et  $F_2$  (qui est la symétrique de  $F_2'$  par rapport à  $O_2$ )

#### Document 1



1.2.2. D'après le schéma du document 1, on constate que :  $AA' = 4 f_2'$

Donc la valeur de  $f_2'$  est :  $f_2' = \frac{AA'}{4} = \frac{10,0}{4} = 2,5 \text{ cm} = 25 \text{ mm}$

La valeur de  $f_2'$  trouvée est donc conforme à l'indication du constructeur.

### 2. Grossissement de la lunette

2.1. L'objet  $AB$  étant situé à l'infini, alors son image  $A_1B_1$  donnée par l'objectif se situe dans le plan focal image de l'objectif,  $A_1$  étant confondu avec  $F_1'$  (résultat démontré au 1.1)

On prolonge le rayon issu de  $B$  qui passe par le centre optique  $O_1$  de l'objectif, celui-ci n'est pas dévié et coupe le plan focal image en  $B_1$ . (Voir document 2)

2.2. L'image  $A'B'$  donnée par la lentille se trouve à l'infini car l'image intermédiaire  $A_1B_1$ , qui joue le rôle d'objet pour l'oculaire, se trouve dans le plan focal objet de l'oculaire.

2.3.  $B'$  se trouvant à l'infini, tous les rayons issus de  $B$  et émergeant de la lentille sont parallèles entre eux.

Le rayon issu de  $B$  émerge de l'oculaire en étant parallèle au rayon issu de  $B_1$  qui passe par le centre optique  $O_2$  de l'oculaire.

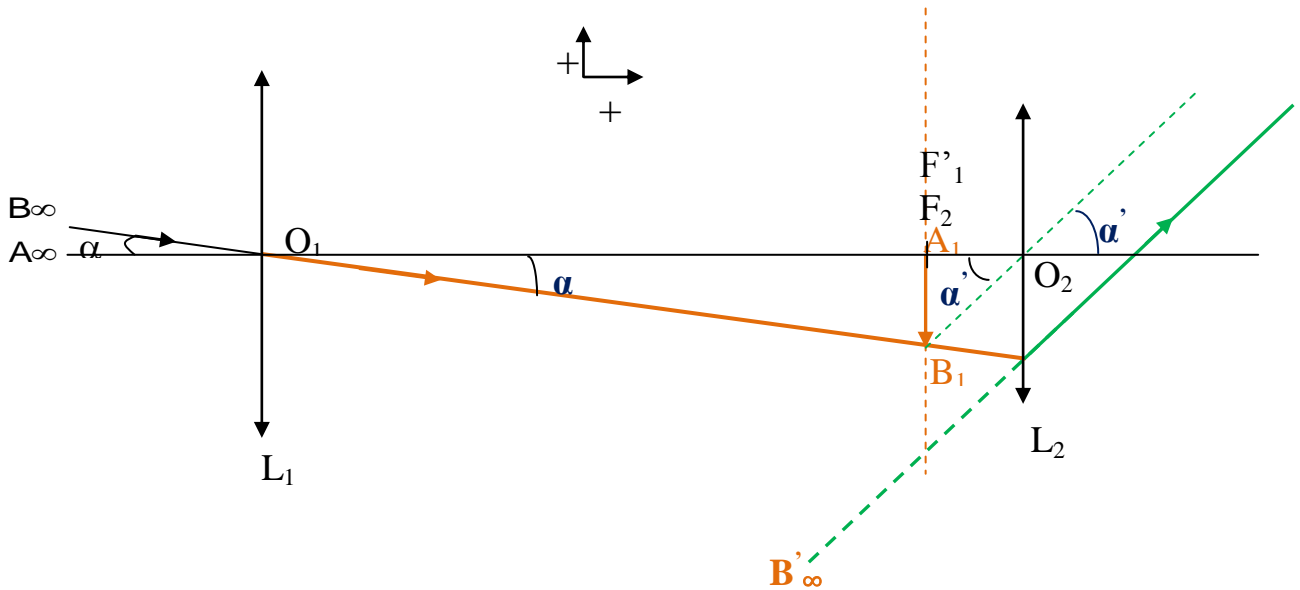
2.4. Dans le triangle rectangle  $O_2A_1B_1$ , on a :  $\tan \alpha' \approx \alpha' = \frac{A_1B_1}{f_2'}$

Dans le triangle rectangle  $O_1F_1'B_1$ , on a :  $\tan \alpha \approx \alpha = \frac{A_1B_1}{f_1'}$

$$D'où : G = \frac{\alpha'}{\alpha} = \frac{\frac{A_1B_1}{f_2'}}{\frac{A_1B_1}{f_1'}} = \frac{f_1'}{f_2'}$$

$$\text{A.N. : } G = \frac{1,0}{25 \cdot 10^{-3}} = 40$$

## Document 2

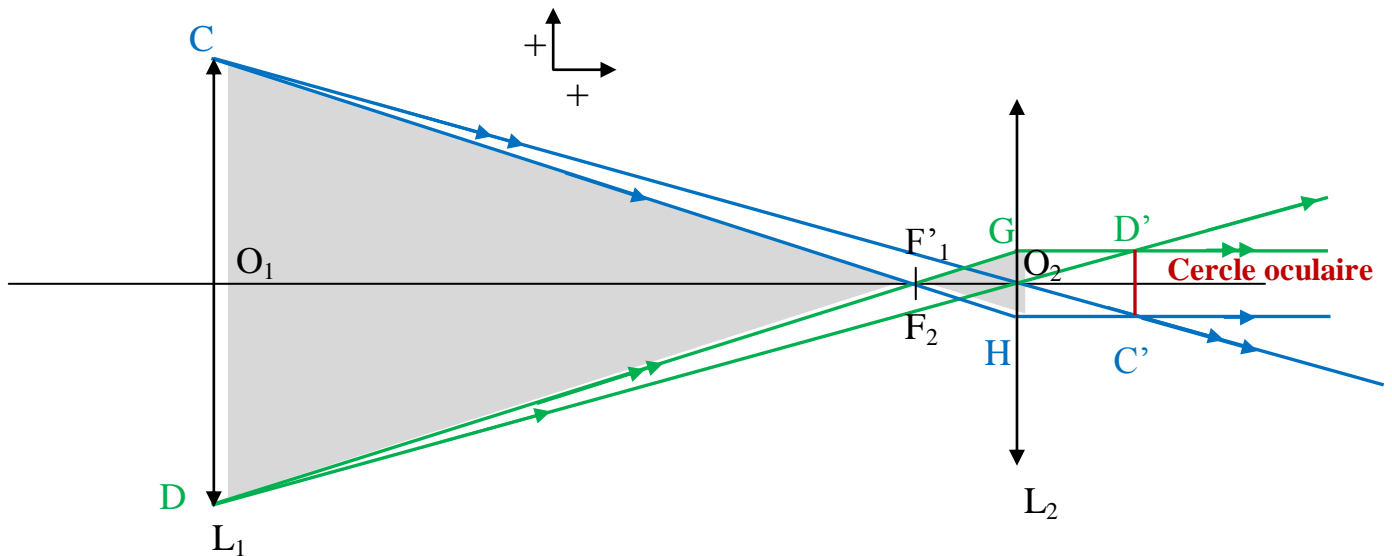


### 3. Cercle oculaire

3.1. Le cercle oculaire est l'image de l'objectif donnée par l'oculaire.

3.2. Construction du cercle oculaire.

## Document 3



3.3. D'après le théorème de Thalès appliqué dans les triangles  $CF'_1D$  et  $GHF_2$ , on a :  $\frac{GH}{CD} = \frac{O_2F_2}{O_1F'_1}$

Autrement dit :  $\frac{d}{D_1} = \frac{f'_2}{f_1}$  d'où :  $d = f'_2 \times \frac{D_1}{f_1} = \frac{D_1}{G}$

$$\text{A.N. : } d = \frac{40 \cdot 10^{-3}}{40} = 1,0 \cdot 10^{-3} \text{ m} = 1,0 \text{ mm}$$

Le diamètre  $d$  du cercle oculaire est donc de 1,0 mm.

3.4. Pour recevoir le maximum de lumière, l'astronome doit placer son œil au niveau du cercle oculaire et le diamètre de sa pupille doit être supérieur ou égal à celui du cercle oculaire.