Les chiffres significatifs

On garde combien de chiffre après la virgule ? L'objectif de ce document est de permettre à tous de répondre correctement à cette trop fréquente question.

Précision d'une valeur numérique

Une grandeur expérimentale n'est jamais parfaitement connue, il existe toujours une certaine incertitude sur une mesure. Par exemple, si on mesure les dimensions d'une feuille de format A4 avec une règle graduée en millimètres la mesure sera au mieux connue au millimètre.

Ecrire que la longueur de cette feuille est L = 29,7 cm signifie que cette longueur est comprise entre 29,6 et 29,8 cm. Cela s'écrit aussi L = (29,7 +/- 0,1) cm.

Ecrire plus simplement que la largeur est ℓ = 21 cm signifie que cette largeur est comprise entre 20 et 22 cm et qu'elle est mesurée au centimètre près. Pour indiquer qu'elle est mesurée au millimètre près il faut écrire ℓ = 21,0 cm. Le zéro après la virgule donne une indication sur la précision de la mesure. La largeur de la feuille est comprise entre 20,9 et 21,1 cm. Cela s'écrit aussi ℓ = (21,0 +/- 0,1) cm.

Remarque
Il faut faire attention à la conservation de la précision d'un résultat lors d'un changement d'unité. Par exemple, les deux longueurs précédentes peuvent être converties en millimètre ou en mètre tout en gardant la précision au millimètre. Cela conduit aux valeurs du tableau ci-dessous [Doc. 1].

	mm	cm	m
L	297	29,7	0,297
ℓ	210	21,0	0,210

Doc. 1 Longueur et largeur d'une feuille A4 dans diverses unités. La précision est toujours le millimètre.

Quels chiffres sont significatifs ?

Les chiffres significatifs d'une expression numérique sont les chiffres qui apportent une information sur la précision de cette valeur.
Ecrire que la longueur d'une feuille de papier est L = 29,7 cm signifie que cette longueur est mesurée au millimètre près. Cette valeur comporte 3 chiffres significatifs (le 2 ; le 9 et le 7). Cette longueur peut aussi être exprimée en mètre avec la même précision : L = 0,297 m. Le zéro ajouté à gauche ne modifie pas la précision.
Les zéros placés à gauche d'un nombre ne sont pas significatifs.

La largeur d'une feuille de papier est ℓ = 21,0 cm. Nous avons vu que cette écriture est plus précise que 21 cm.
Le zéro de droite apporte une indication sur la précision « au millimètre » de la largeur de la feuille.
Les zéros placés à droite d'un nombre sont significatifs.

Remarque
Le nombre de chiffres significatifs (*CS*) d'une valeur numérique est le nombre de chiffres de cette valeur écrite en notation scientifique (sans la puissance de 10) [Doc. 2].

29,7 *=* ***2,97*** $\times$ *10* ^{1}	*3 CS*	***21,0*** *=* ***2,10*** $\times$ *10* ^{1}	*3 CS*
65,20 *=* ***6,520*** $\times$ *10* ^{1}	*4 CS*	***4356,200*** *=* ***4,356200*** $\times$ *10* ^{3}	*7 CS*
*0,0**23*** *=* ***2,3*** $\times$ *10* $^{-2}$	*2 CS*	*0,0**435620*** *=* ***4,35620*** $\times$ *10* $^{-2}$	*6 CS*

Doc. 2 Chiffres significatifs et notation scientifique. Les chiffres significatifs (*CS*) sont en gras.

Cas particuliers

Dans certains cas il faut **réfléchir** pour évaluer le nombre de chiffres significatifs d'une valeur numérique.

- Dire « j'habite à 500 m du lycée » ne signifie pas que la distance est mesurée au mètre près. Il n'y a certainement qu'un chiffre significatif. La distance doit être comprise entre 400 et 600 m.

- Certaines valeurs peuvent être considérées exactes : il y a 34 élèves dans la classe ; il y a 2 roues sur un vélo… On considère qu'elles comportent un nombre infini de chiffres significatifs.

On garde combien de chiffres ?

Cas d'une mesure

Le résultat d'une mesure doit être donné avec un nombre de chiffres significatifs qui dépend de la qualité du dispositif de mesure, de la technique utilisée et de l'expérimentateur. Par exemple, avec une règle graduée on mesure une longueur au millimètre près. On écrit alors L = 29,7 cm. Avec un pied à coulisse la mesure sera plus précise.

Cas d'un calcul

Le résultat d'un calcul doit être donné avec un nombre de chiffres significatifs qui dépend du nombre de chiffres significatifs des données. Au lycée, on pourra utiliser les règles énoncées en gras ci-dessous, elle ne sont que des raccourcis mais donnent généralement des résultats convenables.

Pour une addition ou une soustraction il faut écrire les valeurs dans la même unité avant l'addition ou la soustraction. Le résultat ne doit pas avoir plus de décimales que le nombre qui en comporte le moins.

Exemple :
Une table mesure 1,20 m. On lui ajoute une rallonge de 45,2 cm. Quelle est la longueur de l'assemblage obtenu en mettant bout la table et la rallonge ?

Il faut tout exprimer dans la même unité, par exemple en mètre. La longueur de la rallonge est 45,2 cm = 0,452 m. On a alors 1,20 m + 0,452 m = 1,652 m. La longueur de la table est connue au centimètre près (2 décimales), celle de la rallonge est connue au millimètre près (3 décimales). Il faut arrondir le résultat au centimètre (2 décimales). On écrira donc que la longueur de l'assemblage est 1,65 m.

Brève justification :
La longueur de la table est comprise entre 1,19 m et 1,21 m. Celle de la rallonge est comprise entre 0,451 m et 0,453 m. La longueur totale est donc comprise entre 1,19 + 0,451 = 1,641 m et 1,21 + 0,453 = 1,663 m. Le résultat peut varier d'environ 2 cm. Il ne peut donc pas être donné avec une précision au millimètre mais doit être arrondi au centimètre. Les deux longueurs étant exprimées en mètre, le centimètre correspond à la seconde décimale. On retrouve la règle énoncée en gras ci-dessus.

Pour une multiplication ou une division, le résultat ne doit pas avoir plus de chiffres significatifs que la valeur qui en comporte le moins.

Exemple :
La longueur d'une table est L = 1,20 m, sa largeur est ℓ = 0,95 m. Quelle est l'aire de cette table ?

L'aire est le produit des longueurs de deux cotés adjacents : 1,20 m × 0,95 m = 1,14 m^2. La longueur est donnée avec trois chiffres significatifs, la largeur avec deux chiffres significatifs. Il faut conserver deux chiffres significatifs dans le résultat de la multiplication. On écrira donc que l'aire de la table est 1,1 m^2.

Brève justification :
La longueur de la table est comprise entre 1,19 m et 1,21 m. Sa largeur est comprise entre 0,94 m et 0,96 m. L'aire est donc comprise entre 1,19 × 0,94 = 1,1186 m^2 et 1,21 × 0,96 = 1,1616 m^2. Le résultat peut varier de plus de 0,04 m^2. Il donc être arrondi à une valeur cohérente avec les valeurs extrêmes en ne conservant que deux chiffres significatifs. On retrouve la règle énoncée en gras ci-dessus.

Remarques

- Si H = 100 × h = h + h + h… + h avec h = 2,00 m alors on aurait :
  En faisant le produit H = 100 × h = 200 m (en gardant trois chiffres significatifs) ;
  En faisant l'adition H = h + h + h + … + h = 200,00 m (en gardant deux décimales).
  Aucun des deux résultats n'est le bon mais la méthode, ici trop simplificatrice, ne l'indique pas.
- Ces méthodes ne fonctionnent pas pour les sinus, les exponentielles, les logarithmes … Dans ces cas il faut calculer les valeurs extrêmes puis arrondir en fonction de la marge de variation entre ces valeurs.